INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Projekt:	MO-ME-N-T MOderní MEtody s Novými Technologiemi
Reg.č.:	CZ.1.07/1.5.00/34.0903
Operační program:	Vzdělávání pro konkurenceschopnost
Škola:	Hotelová škola, Vyšší odborná škola hotelnictví a turismu a Jazyková škola s právem státní jazykové zkoušky Poděbrady
Tematický okruh:	Lineární lomená funkce
Jméno autora:	Mgr. Karel Lhotský
Datum:	30. června 2013
Ročník: (Cíl. skupina):	2. ročník HŠ
Anotace:	Učební materiál určený nejen k výkladu v hodinách matematiky, ale především k samostudiu, popřípadě

Lineární lomená funkce

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

Definice:

Lineární lomená funkce je funkce daná předpisem:

$$y = \frac{ax+b}{cx+d}$$

$a, b, c, d \in R$, $c \neq 0$. (Proměnná x se vyskytuje ve jmenovateli zlomku.)

$cx + d \neq 0$

$cx \neq -d$

$x \neq -\frac{d}{c}$

$$D(f) = \left(-\infty; -\frac{d}{c}\right) \cup \left(-\frac{d}{c}; \infty\right)$$

Nepřímá úměrnost: $f: y = \frac{b}{x}$

Funkce nepřímá úměrnost je speciální případem lineární lomené funkce pro:

$a = d = 0$, $b \neq 0$, $c \neq 0$ (např. $c = 1$)

$$D(f) = R - \{0\} = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$

Grafem nepřímé úměrnosti je křivka, která se nazývá rovnooosá hyperbola.

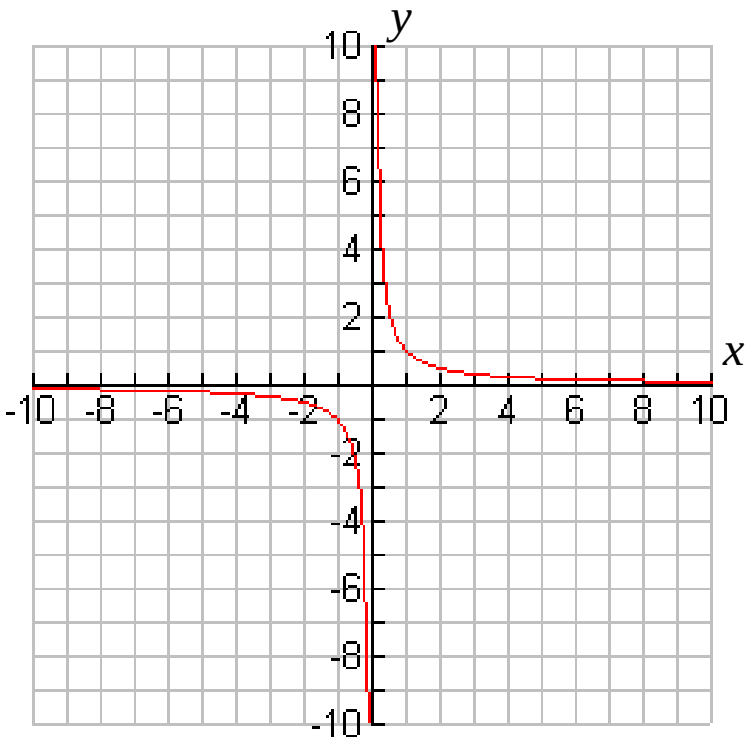
Hyperbola se skládá ze dvou částí (větví).

Příklad 1: $f: y = \frac{1}{x}$

$$D(f) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$$

x	-2	-1	-0,5	0,5	1	2
$f(x)$	-0,5	-1	-2	2	1	0,5

$$H(f) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$$

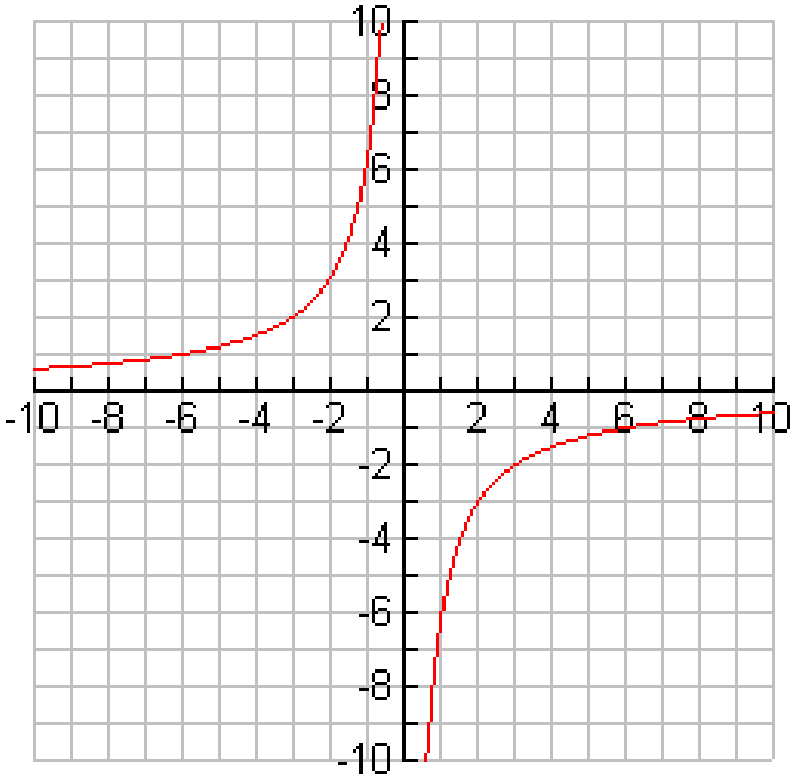


Příklad 2: $f: y = -\frac{6}{x}$

$D(f) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$

x	-6	-3	-1	1	3	6
$f(x)$	1	2	6	-6	-2	-1

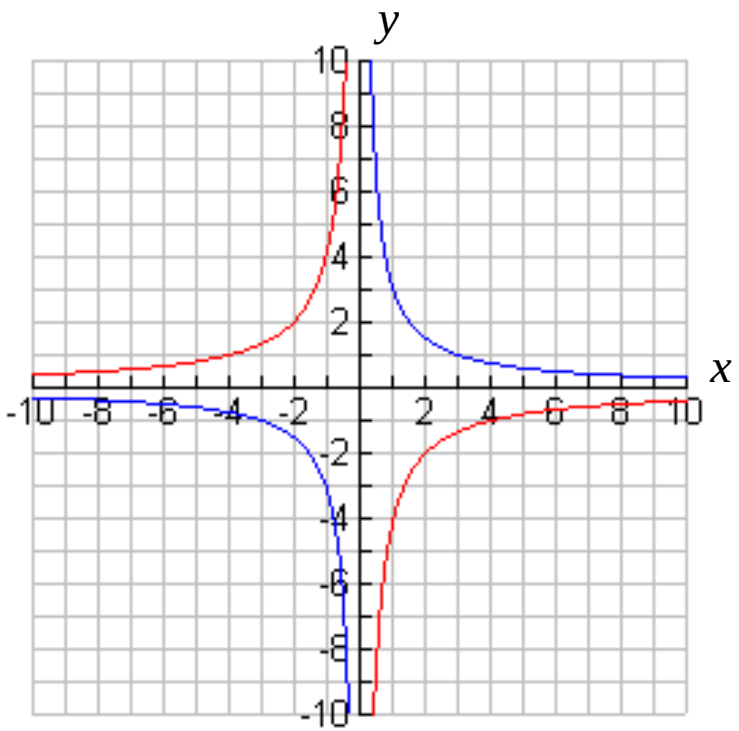
$H(f) = (-\infty;0) \cup (0;\infty)$



Vlastnosti funkce $f: y = \frac{b}{x}$

$D(f) = R - \{0\} = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

$H(f) = R - \{0\} = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$



b > 0

Funkce klesající v $(-\infty; 0)$.

Funkce klesající v $(0; \infty)$.

b < 0

Funkce rostoucí v $(-\infty; 0)$.

Funkce rostoucí v $(0; \infty)$.

Souřadnicové osy jsou tzv. asymptoty („tečny v ∞“).

Asymptoty funkce $f: y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$

Asymptota je přímka, s níž daná křivka nemá společný bod, ale „neomezeně se k ní přibližuje“.

Grafem lineární lomené funkce je rovnoosá hyperbola.

K jeho sestrojení je důležité určení asymptot.

Jedna (kolmá k ose *x*), je zřejmě přímka: $x = -\dfrac{d}{c}$.

Lze snadno dokázat, že druhou (kolmou k ose *y*) je přímka: $y = \dfrac{a}{c}$.

Toto číslo vyloučíme z oboru hodnot:

$$H(f) = R - \left\{\frac{a}{c}\right\} = \left(-\infty; \frac{a}{c}\right) \cup \left(\frac{a}{c}; \infty\right)$$

Při sestrojování grafu lineárně lomené funkce nejprve vždy určíme asymptoty hyperboly. Potom najdeme několik bodů grafu, jež leží blízko průsečíku asymptot.

Příklad 3: $f: y = \dfrac{-2}{x-3}$

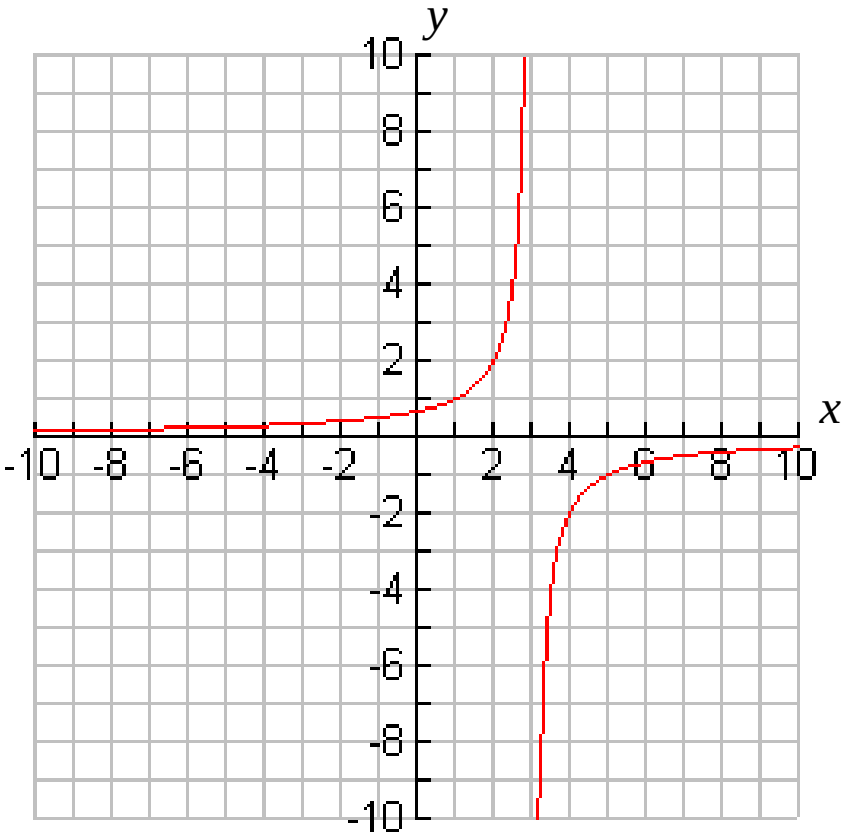
Asymptoty hyperboly jsou:

$x = 3, \quad y = 0$

Po jejich sestrojení snadno vytvoříme graf.

$$D(f) = R - \{3\} = (-\infty; 3) \cup (3; \infty)$$

$$H(f) = R - \{0\} = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$$



Příklad 4: $f: y = \dfrac{x+2}{x}$

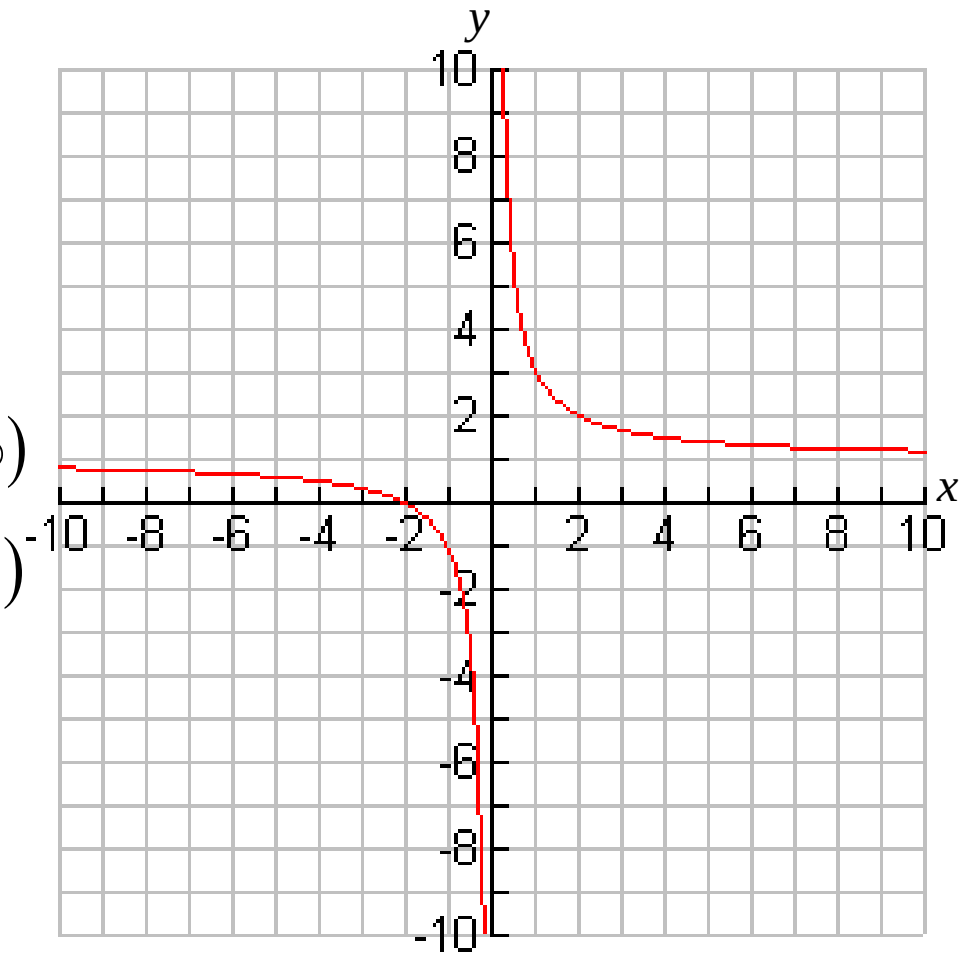
Asymptoty hyperboly jsou:

$x = 0, \quad y = 1$

Po jejich sestrojení snadno vytvoříme graf.

$D(f) = R - \{0\} = (-\infty; 0) \cup (0; \infty)$

$H(f) = R - \{1\} = (-\infty; 1) \cup (1; \infty)$

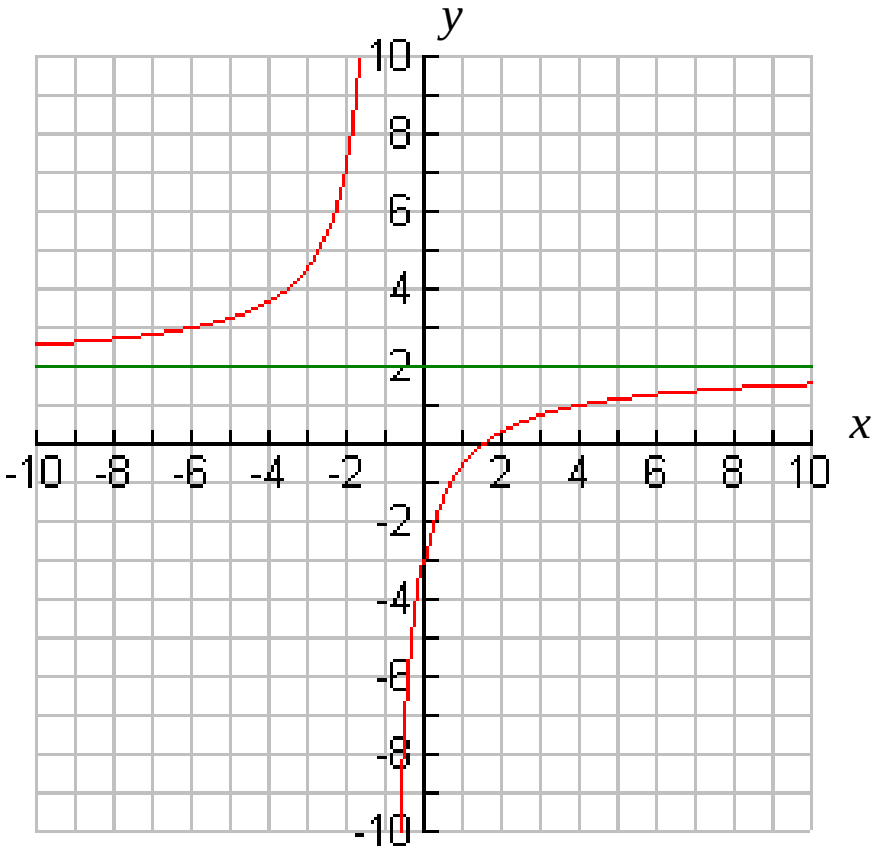


Příklad 5: $f: y = \dfrac{2x-3}{x+1}$

Asymptoty hyperboly jsou:

$x = -1, \quad y = 2$

Po jejich sestrojení snadno vytvoříme graf.



$D(f) = R - \{-1\} = (-\infty; -1) \cup (-1; \infty)$

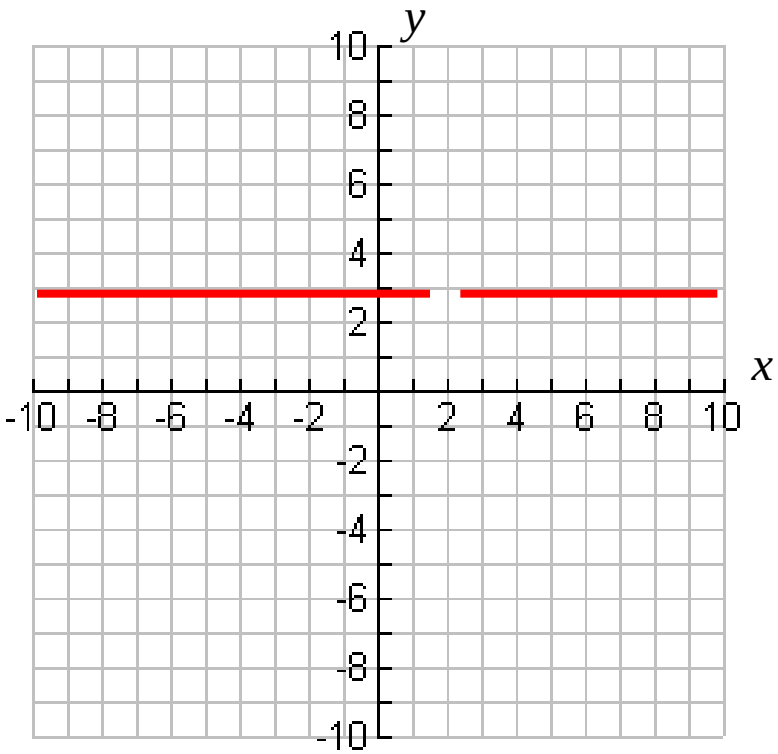
$H(f) = R - \{2\} = (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$

Příklad 5: $f: y = \dfrac{3x-6}{x-2}$

$$y = \frac{3x-6}{x-2} = \frac{3(x-2)}{x-2} = 3$$

pro $x \neq 2$

Funkce f je konstantní, nikoli lineární lomená.

$$D(f) = R - \{2\} = (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$$

$$H(f) = \{3\}$$